ТАРАСОВ Николай Александрович

Магистрант кафедры механики и математического моделирования

Московский институт электроники и математики Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики»
109028, РФ, г. Москва, пер. Б. Трехсвятительский, 3
Контактный телефон: (985) 472-04-49
e-mail: nicola-tarasov@ya.ru

ТАРАСОВ Иван Николаевич

Аспирант кафедры финансовых рынков и банковского дела

Уральский государственный экономический университет
620144, РФ, г. Екатеринбург, ул. 8 Марта/Народной Воли, 62/45
Контактный телефон: (912) 690-30-33
e-mail: tarassov-in@ya.ru

Фрактальная томография временных рядов, или Красный шум на Forex

Ключевые слова: фрактальная томография временных рядов; фрактальная бинарная сеть; фрактальные бинарные подсети; амплитудное дифференцирование; амплитудное интегрирование; сценарный трейдинг.

В продолжение анонсированной ранее [1] авторской методики определения случайного характера биржевых колебаний дается развернутое описание новаторского метода – метода фрактальной томографии временных рядов (Fractal tomography of time series), основанного на фрактально-бинарном квантовании амплитуды. Приводятся практические и теоретические результаты междисциплинарного характера, представляющие интерес для специалистов как в области финансовой и прикладной математики, так и других отраслях знания (физика, химия, биология, социология и др.).

Генерация случайных чисел слишком важна,
чтобы оставлять ее на волю случая.
Роберт Кавью, 1970

Платон мне друг, но истина дороже.
Мигель Сервантес, 1615

Цель настоящей статьи – развитие авторского метода выявления логнормального характера биржевых колебаний [2], который предусматривает получение фрактальной томограммы реального биржевого процесса и сравнение ее с томограммой эталонного винеровского процесса. На основании проведенных исследований сделан положительный вывод об адекватности бестрендовой винеровской модели экономического броуновского движения. Найден и предложен для широкого использования унитарный стационарный случайный процесс с непрерывным временем, способный генерировать бесконечное множество временных рядов с характеристиками, максимально близкими реальным валютным колебаниям. Исследованию был подвергнут валютный рынок Форекс. Анализировались минутные котировки валютных курсов из программы ForexTester2, располагающей более полными и точными историческими данными из доступных авторам источников. Обработка данных проводилась средствами MS Access и MS Excel.

© Тарасов Н. А., Тарасов И. Н., 2014

1. Метод фрактальной томографии временных рядов. В качестве эталона был взят опыт с монеткой как простейшая реализация броуновского движения **[3. С. 335; 4. С. 66]**. Эксперимент проводился в MS Excel 2007, поэтому измерялись фиксированные временные ряды из 1'048'572 последовательных четвертьминутных псевдотиков. Измерялись колебания семи главных валютных пар, а также 21 производного кросс-курса. Восходящим барам и доджам ставились в соответствие четверки {Open; Low; High; Close}, нисходящим – {Open; High; Low; Close}.

Для краткости приведем результаты обмера лишь двух участков реальных минутных котировок пары EURUSD. Авторы сами желали убедиться и показать сторонникам трендовых моделей, насколько статистически неотличимы трендовые и бестрендовые временные ряды (рис. 1).

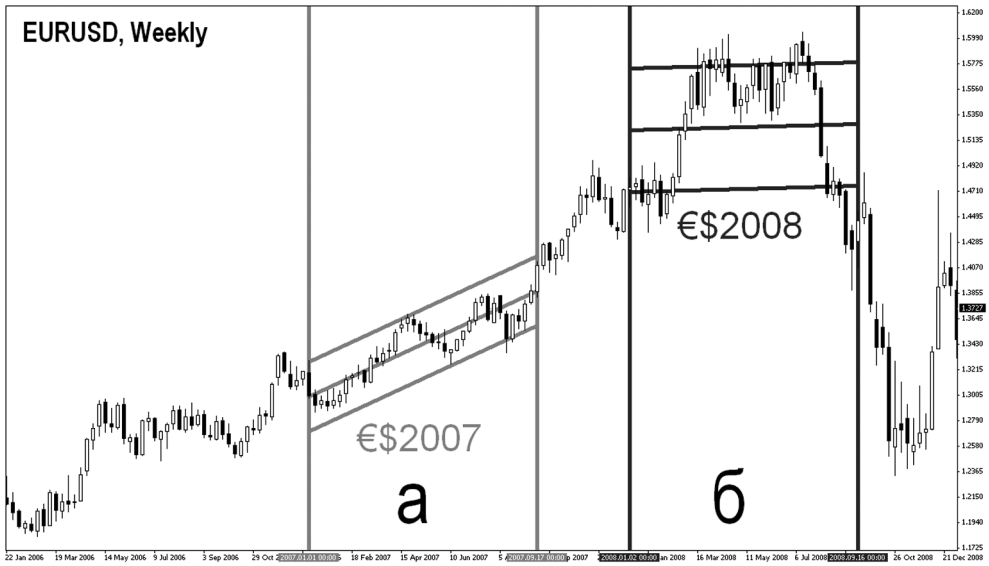

Рис. 1. Трендовый (а) и бестрендовый (б) ряды биржевых котировок

Измерялась частота серий последовательных бросков с одинаковым исходом (сплошные «орлы» или сплошные «решки») по одиннадцати последовательно вложенным друг в друга фрактальным бинарным сеткам (ФБС) от минус 14-го до минус 4-го ранга традиционно используемого нами авторского инструмента **[1. С. 17; 5. С. 311–313; 6. С. 247–249]**, т. е. на всем спектре ФБС, пригодных для обработки временных рядов указанной длины. Иными словами, подсчетам подвергались колебания цены от 0,0042 до 4,4274 процентных пунктов, отсчитываемые от единичного ценового уровня.

На основании одиннадцати гистограмм распределения в конечном счете были сформированы фрактальные томограммы измеряемых временных рядов. По отдельности каждое измерение дает лишь частичное представление о характере наблюдаемых колебаний, является своего рода плоским срезом единого целого. В совокупности же они формируют объемную, рельефную картину, позволяя на основе дискретного трехмерного образа комплексно судить о характере изучаемого процесса или явления.

2. Математическое моделирование биржевых колебаний. Сняв послойные томограммы с трендовых и бестрендовых реальных временных рядов, мы прежде всего убедились в их принципиальном сходстве, т. е. установили, что в обоих случаях сохраняется симметрия распределения серийных «орлов» и серийных «решек» (ср. рис. 2а и 3а; «решка» – слева, «орлы» – справа).

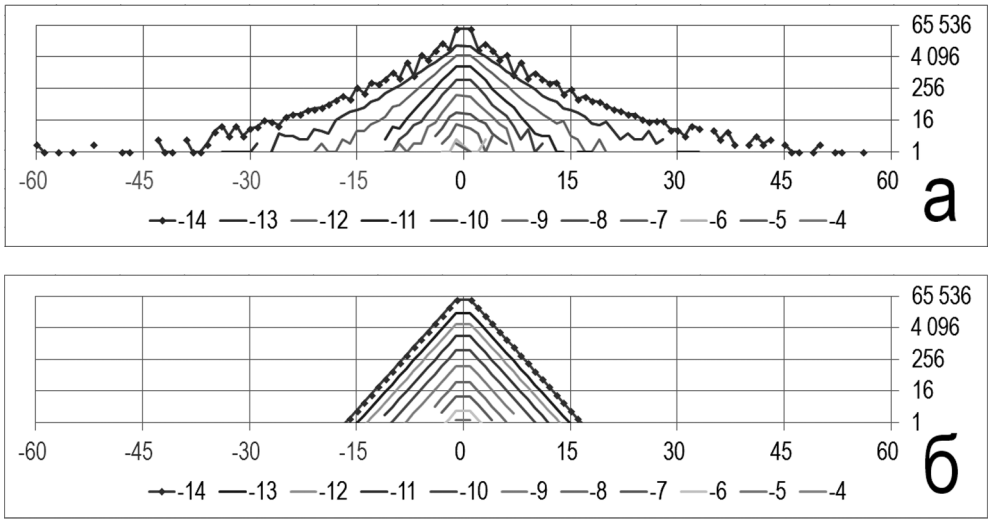

Рис. 2. Послойные фрактальные томограммы €$2007: реальная (а) и теоретическая (б)

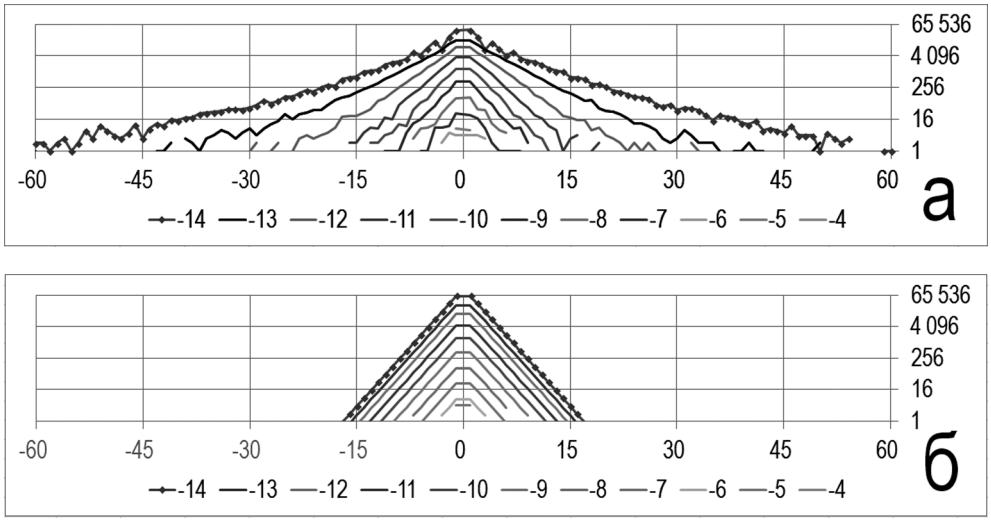

Рис. 3. Послойные фрактальные томограммы €$2008: реальная (а) и теоретическая (б)

Затем мы перешли к подбору монетки, дающей похожие количественные характеристики. Перебором вариантов монета, подходящая на звание эталонной, нами была найдена (ср. рис. 4а с рис. 3а и 2а). В данном случае ею стал «ССП–13» – стационарный случайный процесс с непрерывным временем минус 13-го ранга. «ССП–13» генерирует «СНБ–13» – случайные независимые блуждания по уровням геометрической фрактальной бинарной сетки с дискретным шагом в ценовом диапазоне 0,0085 процентных пунктов и средней скоростью генерации четыре четвертьминутных псевдотика за минуту реальных торгов.

Отметим, что моделирующая биржевой процесс монетка оказалась на 5½ рангов легче, чем в прошлый раз, когда мы имели дело с дневными котировками. Ее ранг понизился с минус 7½ до минус 13-го ранга, т. е. с 0,3837 до 0,0085 процентного пункта [2]. Опуская подробности, отметим, что произошло это из-за повышения совокупной точности наших измерений на 10½ рангов, так как один день – 1 440 мин, а 1 440 – это $2^{10½}$,

или $(2^{5¼})^2$. Такая довольно грубая оценка тем не менее позволила сделать фундаментальный вывод: амплитуда эталонного белого шума, возведенная в квадрат, прямо пропорциональна временной точности генерируемых псевдовалютных временных рядов (временному номиналу измеряемых тиков).

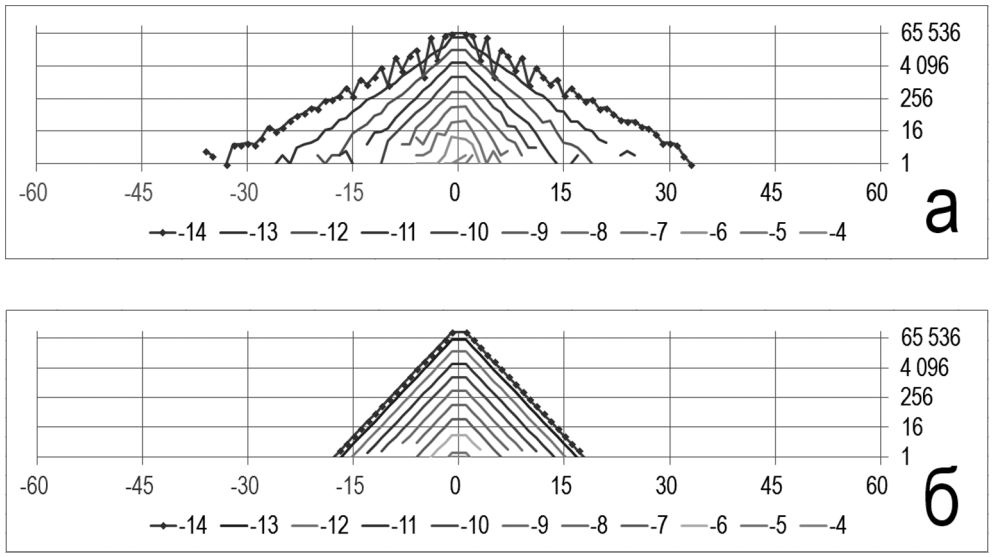

Рис. 4. Послойные фрактальные томограммы Etalon: реальная (а) и теоретическая (б)

Интересно отметить следующее: представленные в данной статье, а также и другие наши широкомасштабные исследования показали, что спектральный состав и энергия валютных колебаний у семи главных мировых валютных пар и двадцати одного производного кросс-курса неотличимы друг от друга и представляют собой красный шум. В совокупности это означает, что энергия, вырабатываемая эталонными монетками, или энергия белого шума, формирующего красный шум на рынке Форекс, имеет не только постоянный уровень на всем доступном для измерений спектре колебаний, но также одинакова у всех восьми главных мировых валют.

Далее встал вопрос о надежности обнаруженного эталона. Нам следовало определить, при каких условиях томограмма эталонного «СНБ–13» может перестать походить на биржевые томограммы и приобретет выраженные идеальные формы. Оказалось, добиться этого на практике довольно сложно, но при сильном желании и целенаправленных действиях возможно. Почти идеальные статистические характеристики продемонстрировал «СНБ=13» – случайный процесс с независимыми блужданиями, обладающий повышенной точностью измерения уровней блуждания (рис. 5). Чтобы получить почти идеальную томограмму, пришлось произвести прецизионную калибровку ценовых уровней изначально сгенерированного временного ряда.

Еще один принципиальный момент, очень важный для практической фрактальной томографии: было установлено, что целенаправленное огрубление уровней блуждания «СНБ=13» до точности биржевых котировок (напоминаем, точность Форекс – всего пять значащих цифр) гарантированно понижает класс точности идеальной томограммы до эталонной, делает ее практически неотличимой от томограмм реальных котировок и «СНБ–13». Для определенности такой процесс мы назвали «СНБ~13».

Подчеркнем, что при проведении описанных манипуляций сам временной ряд оставался абсолютно тем же, т. е. процессы «СНБ–13», «СНБ=13» и «СНБ~13» в нашем эксперименте – это один и тот же временной ряд с логнормальным распределением.

Первый был взят как есть, с той точностью, какая получилась при его первоначальной генерации, второй идеально подогнан под уровни измерительной сетки минус 13-го ранга и принят нами за идеал, а третий калибровался до биржевой точности и был принят за эталон. Именно этот факт позволяет скептически относиться к математическим моделям биржевых колебаний, содержащим специальную трендовую компоненту **[7. С. 373–396; 8. С. 288–335]**. Впрочем, эта тема вследствие важности требует особого освещения.

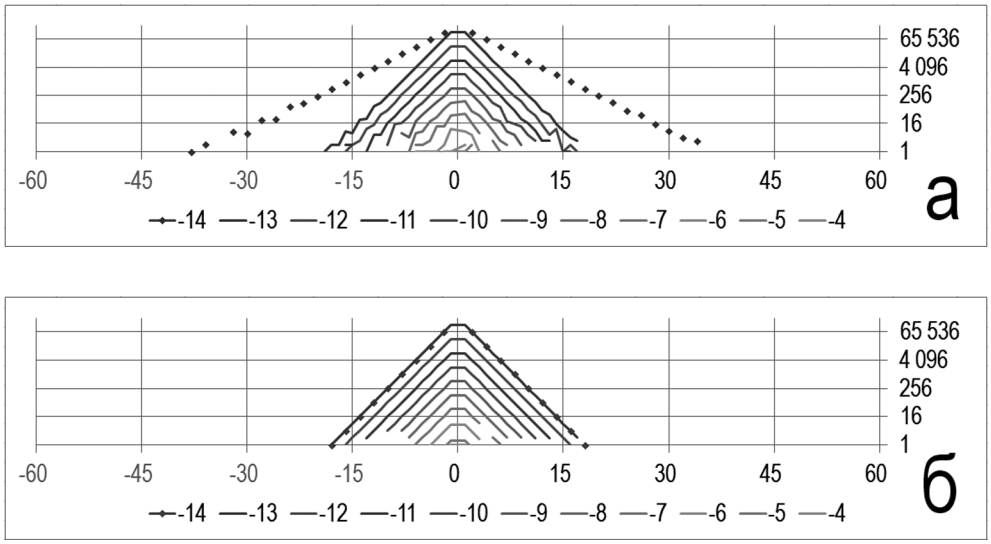

Рис. 5. Послойные фрактальные томограммы Ideal: реальная (а) и теоретическая (б)

Итак, что же представляют собой полученные фрактальные томограммы? В аллегорическом смысле идеальная томограмма монетки по форме неотличима от знаменитой пирамиды Хеопса с четырьмя ровными, плоскими, абсолютно симметричными и поэтому очень удобными для визуальной, а также математической поверки смежными склонами. Однако эталонная и реальные томограммы выглядят так, как будто их занесло песком, а кирпичная кладка в нижних ярусах частично развалилась от старости.

На основе данной аналогии авторами целенаправленно была создана зеркально-сочлененная объемная томограмма в форме египетской пирамиды (рис. 6 и 7).

«Южную» часть пирамид сформировали данные реальных измерений, «северную» – соответствующие теоретически ожидаемые образы с тем же числом зарегистрированных квантов информации (единичных «орлов» и «решек»). Можно считать, что «южная» сторона пирамид состарена и припорошена вековой пылью, а склоны «северной» отреставрированы, причем выглядят почти так, как задумал архитектор.

Мы не знаем, было ли известно древним зодчим что-нибудь о фракталах и фрактальной томографии, однако случайно обнаруженная аналогия, на наш взгляд, заслуживает пристального внимания, поскольку, как выяснилось в XX веке, наш Мир фрактален, и многие процессы в нем обладают этими свойствами **[2. С. 13]**. Как знать, возможно, именно это знание было увековечено в крупнейшем мегалите древности, реальном «чуде Света».

В данной статье мы опускаем пространное рассмотрение причин возникновения и методов устранения толстых хвостов и неровностей. Однако отметим, что, по нашему мнению, их наличие является дополнительным доказательством, а не опровержением броуновского характера валютных колебаний. Считаем, что уважаемые коллеги, столь безаппеляционно интерпретирующие их наличие как доказательство негауссовой

природы биржевых колебаний, слишком торопятся с выводами и, как говорится, «с водой рискуют выплеснуть младенца» **[9. С. 103–104]**. Примененный подход сверки реальных данных с эталоном в полной мере отвечает принятому в науке критерию истины. Эксперимент, а не авторитеты – залог нашей уверенности.

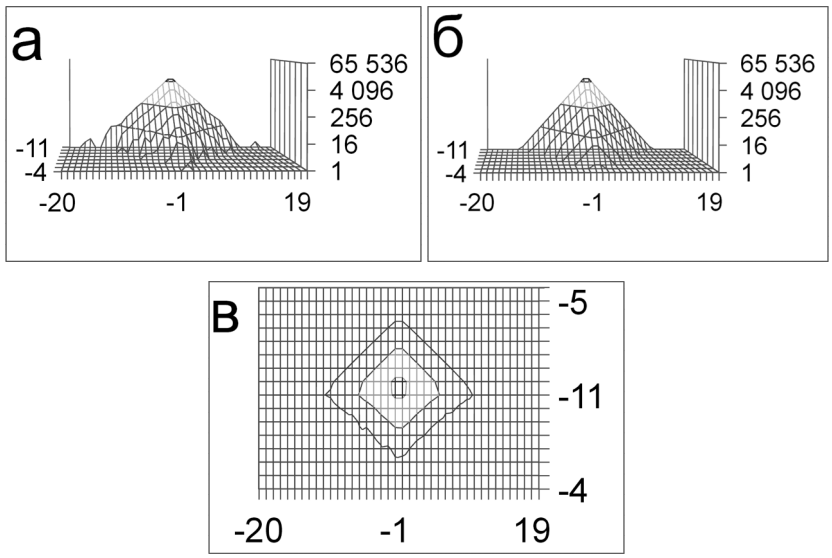

Рис. 6. Объемно-каркасные фрактальные томограммы Etalon: реальная (а), теоретическая (б) и зеркально-сочлененная (в)

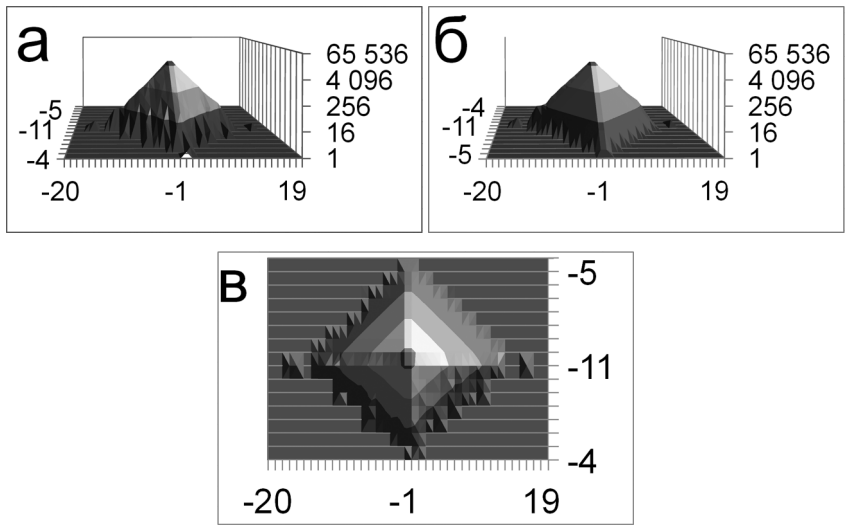

Рис. 7. Объемно-поверхностные фрактальные томограммы Etalon: реальная (а), теоретическая (б) и зеркально-сочлененная (в)

3. Аналоги фрактальной томографии. У фрактальной томографии много аналогов. В первую очередь, это квантовый подход Андрэ Дука **[10. С. 5]** и японские графики ренко с их амплитудным квантованием событий **[11. С. 217–234]**. Любопытно, что похожие на наши томограммы графики были получены при временном квантовании случайной телеграфной волны и при сравнении этого случайного процесса с процессом

жеребьевки (бросанием монеты) [12. С. 603], а также при разномасштабной оценке фондовых колебаний [8. С. 409]. Особняком стоит хорошо развитый спектральный анализ радиотехнических сигналов, в котором традиционно применяется временное квантование [13. С. 16–17].

Главное отличие фрактальной томографии – амплитудное квантование сигнала, использование геометрической и арифметической бесконечно делимой фрактальной бинарной сети для логнормальных и нормальных случаев, объемный анализ результатов, а также наличие эталона.

Заключение. Пользуясь терминологией кибернетики и системного анализа, можно сказать, что мы, получив каноническое представление о валютной бирже как о черном ящике, сравнили его с каноническим представлением о монете как о белом ящике и сделали закономерный вывод о их эквивалентности. В итоге мы установили, что Форекс – это многомерный броуновский фрактал [2. С. 32] и определили его математическую модель.

Изложенные сведения могут найти практическое применение при разработке и тестировании торговых стратегий на базе обнаруженного предельно простого заменителя реальных валютных котировок. Генератор «ССП~13» с произвольным начальным уровнем «рыночной» цены позволяет моделировать временные ряды, предельно близкие рядам реальных Форекс-котировок, но уже с бесконечным разнообразием присущих этому рынку фрактальных комбинаций. Наличие такого универсального генератора позволяет проводить унифицированную проверку и даже сертификацию существующих и вновь создаваемых торговых роботов (автоматизированных выпрямителей переменного биржевого тока). «СНБ~13» может использоваться в тренажерах-симуляторах. На основе генерируемых им сигналов можно проводить международные турниры по подготовке трейдеров мирового уровня.

С теоретической точки зрения полученные авторами результаты опровергают представления о трендовом характере биржевых колебаний. Поэтому данная унитарная модель со временем может потеснить широко распространенные математические модели.

Описанный метод проведения фрактальной томографии временных рядов, основанный на амплитудном дифференцировании, может быть отнесен к самостоятельному классу прикладных методов – цифровой обработке сигналов в амплитудной области (digital signal processing of amplitude domain). Поскольку этот класс операций недооценен теоретиками и практиками, наш метод вполне мог бы способствовать его развитию.

С математической точки зрения действия, производимые при амплитудном квантовании, представляют собой полноценную пару дуальных операций – амплитудное дифференцирование (amplitude differentiation) и амплитудное интегрирование (amplitude integration). Как показано выше, такие операции хорошо подходят для исследования фракталов. При должном развитии они могут занять подобающее место во фрактальном, а также в близком ему дробном исчислении, – динамично развивающихся разделах современной математики.

Задача первостепенной важности для фрактальной томографии – создание каталога изученных наукой явлений и процессов случайного и неслучайного характера. К примеру, интересно, какими окажутся томограммы шумов других цветовых оттенков – белого, розового, оранжевого, зеленого, синего, фиолетового и т. д. [14], а также полосатых и линейчатых спектров.

Если фрактальной томографии добавить четвертое измерение (сдвиг вдоль анализируемого ряда), то можно реализовать *динамическую фрактальную томографию* (dynamic fractal tomography), а также *фрактальную томографию в реальном времени* (fractal tomography in real-time). Это предоставит в распоряжение исследователей воистину невиданные ранее аналитические возможности.

Примененный метод *одномерной фрактальной томографии* (one-dimensional fractal tomography) при необходимости может быть расширен до варианта *многомерной фрактальной томографии* (multidimensional fractal tomography) двух-, трехмерности и т. д.

По нашему мнению, демонстрируемые современной мировой финансовой системой фрактальные признаки однозначно указывают на то, что де-факто она есть единый организм с явной потерей включенными в нее странами своей индивидуальности. Неотличимые томограммы главных валют показывают, что современная мировая экономика, сформированная ямайкской валютной системой и транснациональными корпорациями, является наднациональным образованием и воплощает новый мировой порядок, нивелирующий особенности отдельно взятых стран.

Выявленный на Форекс красный шум без памяти делает проблематичным использование на валютах трендследящих торговых стратегий [15]. Такие стратегии применимы лишь на рынках с розовым шумом, обладающим памятью [16]. В условиях же гауссовой динамической неопределенности целесообразно применять вероятностно-предсказательные методики, аналогичные авторскому методу сценарного трейдинга [1].

Источники

1. Тарасов Н. А. Сценарный трейдинг : прогр. учеб. дисциплины. М. : НИУ–ВШЭ, 2013.

2. Тарасов Н. А., Тарасов И. Н. Новая методика статистического доказательства логнормальности биржевых колебаний с помощью фрактальной бинарной сети // Материалы науч.-тех. конф. студентов, аспирантов и мол. специалистов МИЭМ НИУ–ВШЭ. М. : МИЭМ НИУ–ВШЭ, 2014.

3. Мандельброт Б. Б. Фрактальная геометрия природы. М. : Ин-т компьютерных исследований, 2002.

4. Мандельброт Б. Б., Хадсон Р. Л. (Не)послушные рынки: фрактальная революция в финансах. М. : Вильямс, 2006.

5. Тарасов Н. А., Тарасов И. Н. Об октаве, или Размышления о природе уровней Мюррея // Финансовые рынки: современное состояние, инструменты и тенденции развития : материалы десятой межвуз. науч. конф. / отв. ред. Е. А. Рязанцева; науч. ред. Н. И. Берзон, В. Д. Газман. М. : Бизнес Элайнмент, 2013.

6. Тарасов И. Н., Тарасов Н. А., Ковалев В. Е. Новые методы торговли на финансовых рынках: проблемы, перспективы и альтернативы // Новые модели экономики: проблемы, перспективы и альтернативы : материалы студ. конф. «Дни молодежной науки – 2011» : в 2 ч. Екатеринбург : Изд-во УрГЭУ, 2011. Ч. I.

7. Халл Д. К. Опционы, фьючерсы и другие производные финансовые инструменты. 6-е изд. М. : Вильямс, 2007.

8. Ширяев А. Н. Основы стохастической финансовой математики : в 2 т. 2-е изд. М. : Фазис, 1998.

9. Мандельброт Б. Фракталы, случай и финансы. Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2004.

10. Дука А. Дукаскопия, или Общая теория эволюции. Женева : Dukascopy Journal, 2000, 2001 (серия публикаций).

11. Нисон С. За гранью японских свечей. М. : Диаграмма, 2001.

12. Корн Г. А., Корн Т. М. Справочник по математике для научных работников и инженеров / под общ. ред. И. Г. Абрамовича. М. : Наука, 1973.

13. Баскаков С. И. Радиотехнические цепи и сигналы. 3-е изд. М. : Высш. шк., 2000.

14. Цвета шума // Википедия : свободная интернет-энциклопедия. Режим доступа: http://ru.wikipedia.org/wiki/Цвета_шума.

15. Кравчук В. Новый адаптивный метод следования за тенденцией и рыночными циклами. М. : Валютный спекулянт, 2000, 2001 (серия публикаций).

16. Кешнер М. С. Шум типа 1/f. М. : Академия Тринитаризма, 2004.